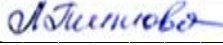


МИНОБРНАУКИ РОССИИ  
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ  
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»  
(ФГБОУ ВО «ВГУ»)

**УТВЕРЖДАЮ**

Заведующий кафедрой  
ядерной физики

 Титова Л. В.  
16.06.2023 г.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ**

**Б1.О.26 Математические методы моделирования физических процессов**

**1. Код и наименование специальности:**

14.05.02 Атомные станции: проектирование, эксплуатация и инжиниринг

**2. Специализация:**

Проектирование и эксплуатация атомных станций

**3. Квалификация выпускника:** инженер – физик

**4. Форма обучения:** очная

**5. Кафедра, отвечающая за реализацию дисциплины:**

кафедра ядерной физики

**6. Составители программы:**

к.ф.-м.н., доцент Долгополов Михаил Анатольевич

**7. Рекомендована:**

Научно – методическим советом физического факультета, протокол №6 от 14.06.2023 г.

**8. Учебный год:** 2026/2027

**Семестр(ы):** 8

## 9. Цели и задачи учебной дисциплины

*Целями освоения учебной дисциплины являются:*

- ознакомление студентов с основными методами математического моделирования физико-химических процессов.

*Задачи учебной дисциплины:*

- дать знания о базовой структуре компьютера и ее возможности; понятие алгоритма, основные этапы разработки программ; средства структурирования данных и управления в программах; методологию проектирования программных компонент путем пошаговой детализации; языковые средства реализации абстракций данных и действий по их обработке;

- научить выбирать алгоритм для решения задачи; определять адекватные конкретной задаче и выбранному алгоритму структуры данных программы;

- использовать методы нисходящего проектирования для разработки программных компонент; определять пользовательский интерфейс разрабатываемых программ; реализовывать программные компоненты на языке программирования высокого уровня.

- овладеть математическим аппаратом, необходимым для профессиональной деятельности.

## 10. Место учебной дисциплины в структуре ООП:

Учебная дисциплина Математические методы моделирования физических процессов относится к обязательной части Блока 1.

## 11. Планируемые результаты обучения по дисциплине/модулю (знания, умения, навыки), соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями) и индикаторами их достижения:

Код	Название компетенции	Код(ы)	Индикатор(ы)	Планируемые результаты обучения
ОПК-1	Способен использовать базовые знания естественнонаучных дисциплин в профессиональной деятельности, применять методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования	ОПК-1.4	Знает методы математического и физического моделирования режимов, процессов, состояний объектов	Знать: математические методы, необходимые для описания процессов и явлений;  Уметь: выбирать алгоритм для решения задачи; определять адекватные конкретной задаче и выбранному алгоритму структуры данных программы;  Владеть: математическим аппаратом, необходимым для профессиональной деятельности.
		ОПК-1.7	Строит математические модели для простейших систем и процессов в естествознании и технике	
		ОПК-1.10	Владеет составлением и расчетом математических моделей процессов и объектов АС навыками расчета тепловой эффективности рабочих циклов энергетического оборудования	

ПК-1	Способен проводить производственно - технологические исследования систем и оборудования атомных электрических станций и ядерных энергетических установок, участвовать во внедрении результатов исследований	ПК-1.2	Решает задачи применительно к реальным процессам, в том числе реализует решение в виде законченных компьютерных программ на языках программирования высокого уровня
ПК-10	Способен составлять и использовать тепловые схемы и математические модели процессов и аппаратов ядерно-энергетических и тепломеханических установок различных типов АС, готовить исходные данные для расчета тепловых схем	ПК-10.1	Обладает знаниями принципов составления схем установок, систем и математических моделей процессов

**12. Объем дисциплины в зачетных единицах/час. — 5/180.**

**Форма промежуточной аттестации - экзамен**

**13. Трудоемкость по видам учебной работы**

Вид учебной работы	Трудоемкость	
	Всего	По семестрам
		8 семестр
Аудиторные занятия	96	96
в том числе:	лекции	32
	практические	32
	лабораторные	32
Самостоятельная работа	48	48
в том числе: курсовая работа (проект)		
Форма промежуточной аттестации	36	Экзамен (36 ч)
Итого:	180	180

**13.1. Содержание дисциплины**

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела дисциплины	Реализация раздела дисциплины с помощью онлайн-курса, ЭУМК*
<b>1. Лекции</b>			

1.1	Введение	Понятие математической модели. Преимущества теории и эксперимента в математическом моделировании. Историческое развитие математического моделирования. Этапы математического моделирования (построение математической модели; разработка алгоритма для реализации модели на компьютере; создание программы на языке программирования высокого уровня). Основные этапы численного решения задачи на компьютере (физическая постановка; математическое моделирование; выбор численного метода; разработка алгоритма решения задачи; составление программы; отладка программы; счет по отлаженной программе; анализ результатов счета). Классификация погрешностей численного решения. Неустраняемая погрешность (погрешность математической модели, погрешность входных данных), погрешность численного метода, погрешность округления	<a href="https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=29206">https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=29206</a>
1.2	Численное интегрирование	Постановка задачи. Краткий обзор существующих методов решения. Формулы прямоугольников (левых, средних и правых). Формула трапеций. Формула Симпсона (метод парабол). Примеры вычисления определенных интегралов рассмотренными методами	<a href="https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=29206">https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=29206</a>
1.3	Полиномиальная интерполяция	Постановка задачи аппроксимации функции. Интерполяционный многочлен Лагранжа (интерполирующая функция, построение многочлена, анализ интерполяционных многочленов Лагранжа первой и второй степени). Примеры линейной и квадратичной интерполяции функции, заданной таблично.	<a href="https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=29206">https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=29206</a>
1.4	Аппроксимация функций	Структура и особенности метода наименьших квадратов. Приближение функции многочленом, двухпараметрические нелинейные зависимости. Многофакторные зависимости (метод Брандона).	<a href="https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=29206">https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=29206</a>
1.5	Решение систем линейных алгебраических уравнений	Введение (понятия: матрица, операции над матрицами, определитель, миноры, алгебраические дополнения). Две группы методов решения СЛАУ (прямые и итерационные). Формула Крамера и два замечания при использовании этой формулы. Метод Гаусса. Метод простых итераций.	<a href="https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=29206">https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=29206</a>
1.6	Решение нелинейных уравнений и систем нелинейных уравнений	Понятие нелинейной функции, изолированных корней. Графический и аналитический методы отделения корней. Методы уточнения корней (метод простых итераций, метод дихотомии, метод Ньютона). Метод простых итераций (задача о неподвижной точке, определение сжимающего отображения, достаточные условия сходимости последовательности приближений к корню в методе простых итераций). Частный случай метода дихотомии - метод половинного деления (теорема, определяющая этот метод; основные этапы решения нелинейных уравнений на основе метода дихотомии; графическая интерпретация метода; пример применения метода половинного деления для решения нелинейного уравнения). Метод Ньютона (математическое обоснование этого метода; геометрический смысл метода Ньютона; пример применения метода Ньютона для решения нелинейного уравнения). Обобщение методов решения нелинейных уравнений на системы нелинейных уравнений. Метод простых итераций. Метод Ньютона и его модификации	<a href="https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=29206">https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=29206</a>

1.7	Линейные интегральные уравнения	Некоторые общие сведения об интегральных уравнениях. Квадратурные методы решения интегральных уравнений Фредгольма и Вольтерра	
1.8	Задача Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений	Постановка задачи Коши. Три группы методов решения начальной задачи для ОДУ. Типы задач для ОДУ. Приближенно-аналитический метод решения задачи Коши (метод Пикара; теорема, дающая математическое обоснование метода Пикара; пример решения задачи Коши методом последовательных приближений). Численные методы решения задачи Коши (явный метод Эйлера, геометрический смысл этого метода; неявный метод Эйлера; метод трапеций). Метод Рунге-Кутты четвертого порядка	<a href="https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=29206">https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=29206</a>
1.9	Краевые задачи для ОДУ	Математическая формулировка краевых задач для ОДУ. Классификация приближенных методов решения. Метод конечных разностей (построение разностной сетки; аппроксимация обыкновенного дифференциального уравнения второго порядка; дискретизация граничных условий; метод прогонки решения СЛАУ с трехдиагональной матрицей; условия корректности и устойчивости метода прогонки)	<a href="https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=29206">https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=29206</a>
1.10	Дифференциальные уравнения в частных производных	Примеры и классификация уравнений в частных производных (уравнения Лапласа, Пуассона, волновое, теплопроводности; эллиптический, гиперболический и параболический тип уравнений). Постановка задачи для уравнений математической физики. Граничные условия 4 видов для уравнения теплопроводности. Некоторые разностные схемы для уравнения теплопроводности (явная и неявная двухслойные схемы, явная трехслойная схема). Аппроксимация, устойчивость и сходимости разностных схемы для уравнения теплопроводности (теорема Лакса, методы анализа устойчивости). Пример решения одномерного нестационарного уравнения теплопроводности	<a href="https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=29206">https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=29206</a>
<b>2. Практические занятия</b>			
2.1	Численное интегрирование	Решение задач на численное интегрирование с применением различных методов	<a href="https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=29206">https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=29206</a>
2.2	Полиномиальная интерполяция	Применение интерполяционного многочлена Лагранжа	<a href="https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=29206">https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=29206</a>
2.3	Аппроксимация функций	Метод наименьших квадратов	<a href="https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=29206">https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=29206</a>
2.4	Решение систем линейных алгебраических уравнений	Решение систем линейных алгебраических уравнений методами Крамера и Гаусса	<a href="https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=29206">https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=29206</a>
2.5	Решение нелинейных уравнений и систем нелинейных уравнений	Решение нелинейных уравнений	<a href="https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=29206">https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=29206</a>
2.6	Линейные интегральные уравнения	Решение линейных интегральных уравнений	<a href="https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=29206">https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=29206</a>
2.7	Задача Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений	Решение задачи Коши для ОДУ (методы Пикара и Эйлера).	<a href="https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=29206">https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=29206</a>
2.8	Краевые задачи для ОДУ	Решение краевой задачи для обыкновенного дифференциального уравнения второго порядка методом конечных разностей	<a href="https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=29206">https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=29206</a>
	Дифференциальные уравнения в частных	Решение одномерного нестационарного уравнения теплопроводности	<a href="https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=29206">https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=29206</a>

	производных		
<b>3. Лабораторные занятия</b>			
3.1	Численное интегрирование	Лабораторная работа №1. «Численное интегрирование»	<a href="https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=29206">https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=29206</a>
3.2	Полиномиальная интерполяция	Лабораторная работа №2. «Интерполяция»	<a href="https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=29206">https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=29206</a>
3.3	Аппроксимация функций	Лабораторная работа №3. «Аппроксимация таблично заданных функций»	<a href="https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=29206">https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=29206</a>
3.4	Решение нелинейных уравнений и систем нелинейных уравнений	Лабораторная работа №4. «Решение систем нелинейных уравнений»	<a href="https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=29206">https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=29206</a>
3.5	Задача Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений	Лабораторная работа №5. «Численное решение задач Коши для обыкновенного дифференциального уравнения второго порядка»	<a href="https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=29206">https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=29206</a>
3.6	Краевые задачи для ОДУ	Лабораторная работа №6. «Численное решение линейной краевой задачи»	<a href="https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=29206">https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=29206</a>

### 13.2. Темы (разделы) дисциплины и виды занятий

№ п/п	Наименование темы (раздела) дисциплины	Виды занятий (количество часов)				Всего
		Лекции	Практические	Лабораторные	Самостоятельная работа	
1.	Введение	2			4	6
2.	Численное интегрирование	2	2	6	4	6
3.	Полиномиальная интерполяция	2	2	6	10	20
4.	Аппроксимация функций	2	4	4	8	18
5.	Решение систем линейных алгебраических уравнений	4	4		10	22
6.	Решение нелинейных уравнений и систем нелинейных уравнений	4	4	4	8	20
7.	Линейные интегральные уравнения	4	4		10	22
8.	Задача Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений	4	4	6	10	22
9.	Краевые задачи для ОДУ	4	4	6	10	22
10.	Дифференциальные уравнения в частных производных	4	4		10	22
	Итого:	32	32	32	84	180

### 14. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины:

Студентам на лекциях необходимо вести подробный конспект и стараться понять материал курса. Для полного понимания материала следует активно использовать консультации. Для самостоятельного изучения разделов курса, рекомендованных преподавателем, необходимо пользоваться основной и дополнительной литературой, интернет-ресурсами.

На практических занятиях необходимо уметь решать задачи и анализировать решение, на устных опросах обучаемый должен уметь продемонстрировать полученные на

лекциях и практических занятиях знания, умения и навыки, отвечать на поставленные вопросы, поддерживать дискуссию по существу вопроса.

Методическое обеспечение аудиторной работы: учебно-методические пособия для студентов, учебники и учебные пособия, электронные и Интернет-ресурсы.

Методическое обеспечение самостоятельной работы: учебно-методические пособия по организации самостоятельной работы, контрольные задания и тесты в бумажном и электронном вариантах, тестирующие системы, дистанционные формы общения с преподавателем. Контроль самостоятельной работы реализуется с помощью опросов, тестов, вопросов по темам заданий и т.д.

## 15. Перечень основной и дополнительной литературы, ресурсов интернет, необходимых для освоения дисциплины

а) основная литература:

№ п/п	Источник
1.	Бахвалов, Николай Сергеевич. Численные методы: Учебное пособие для студ. физ.-мат. специальностей вузов / Н. С. Бахвалов, Н. П. Жидков, Г. М. Кобельков. — 2-е изд. — М.; СПб.: Физматлит: Лаб. базовых знаний, 2002.— 630 с.: ил. — (Технический университет. Математика)
2.	Гателюк, О. В. Численные методы: учебное пособие для вузов / О. В. Гателюк, Ш. К. Исмаилов, Н. В. Манюкова. — Москва: Издательство Юрайт, 2022. — 140 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-05894-9. — Текст: электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <a href="https://urait.ru/bcode/491796">https://urait.ru/bcode/491796</a>

б) дополнительная литература:

№ п/п	Источник
3.	Цирельман, Н. М. Конвективный теплоперенос: моделирование, идентификация, интенсификация: монография / Н. М. Цирельман. — 2-е изд., испр. и доп. — Санкт-Петербург: Лань, 2022. — 472 с. — ISBN 978-5-8114-2978-3. — Текст: электронный // Лань: электронно-библиотечная система. — URL: <a href="https://e.lanbook.com/book/212909">https://e.lanbook.com/book/212909</a>
4.	Тюрина, Э. А. Моделирование физических процессов в энергетических установках: учебное пособие / Э. А. Тюрина, А. А. Левин, А. С. Максимов. — Иркутск: ИРНТУ, 2018. — 92 с. — ISBN 978-5-8038-1327-9. — Текст: электронный // Лань: электронно-библиотечная система. — URL: <a href="https://e.lanbook.com/book/216929">https://e.lanbook.com/book/216929</a>
5.	Берковский, Борис Михайлович. Разностные методы исследования задач теплообмена / Б.М. Берковский, Е.Ф. Ноготов. — Минск : Наука и техника, 1976. — 143 с.: ил.
6.	Самарский, Александр Андреевич. Вычислительная теплопередача / А.А. Самарский, П.Н. Вабищевич. — М. : УРСС, 2003. — 782 с. : ил. — ISBN 5-354-00234-6.

в) информационные электронно-образовательные ресурсы (официальные ресурсы интернет) \*:

№ п/п	Ресурс
7.	<a href="http://www.lib.vsu.ru">www.lib.vsu.ru</a> – ЗНБ ВГУ.
8.	<a href="https://edu.vsu.ru">https://edu.vsu.ru</a> – Электронный университет ВГУ
9.	<a href="https://e.lanbook.com">https://e.lanbook.com</a> – ЭБС «Лань»
10.	<a href="https://www.studentlibrary.ru">https://www.studentlibrary.ru</a> – ЭБС «Консультант студента»
11.	<a href="https://urait.ru">https://urait.ru</a> – Образовательная платформа «ЮРАЙТ»
12.	<a href="https://rucont.ru">https://rucont.ru</a> - Информационно-телекоммуникационная система «Контекстум»

## 16. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы

№ п/п	Источник
1.	Горбунов, В. А. Моделирование теплогидравлических процессов в ядерных реакторах в Comsol multiphysics: учебное пособие / В. А. Горбунов. — Иваново: ИГЭУ, 2019. — 180 с. — Текст: электронный // Лань: электронно-библиотечная система. — URL: <a href="https://e.lanbook.com/book/154554">https://e.lanbook.com/book/154554</a>
2.	Срочко, В. А. Численные методы. Курс лекций: учебное пособие / В. А. Срочко. — Санкт-Петербург: Лань, 2022. — 208 с. — ISBN 978-5-8114-1014-9. — Текст: электронный // Лань: электронно-библиотечная система. — URL: <a href="https://e.lanbook.com/book/210359">https://e.lanbook.com/book/210359</a>

## 17. Образовательные технологии, используемые при реализации учебной дисциплины, включая дистанционные образовательные технологии (ДОТ, электронное обучение (ЭО), смешанное обучение):

При проведении занятий по дисциплине используются следующие образовательные технологии:

- активные и интерактивные формы проведения занятий;
- компьютерные технологии при проведении занятий;
- презентационные материалы и технологии при объяснении материала на лекционных и практических занятиях;
- специализированное оборудование при проведении лабораторных работ;
- разбор конкретных ситуаций при постановке целей и задач к разработке прикладных программ, при выборе программного обеспечения по установленным критериям, при разработке программ по предусмотренным алгоритмам и методам.

Для самостоятельной работы используется ЭБС Университетская библиотека online - [www.lib.vsu.ru](http://www.lib.vsu.ru) - ЗНБ ВГУ. Программное обеспечение, применяемое при реализации дисциплины – Microsoft Windows, LibreOffice, CodeBlocks, Adobe Reader, Mozilla FireFox.

Дистанционные образовательные технологии (ДОТ) применяются с использованием образовательного портала «Электронный университет ВГУ».

## 18. Материально-техническое обеспечение дисциплины:

Компьютерный класс (для проведения занятий семинарского типа, текущего контроля и промежуточной аттестации) Специализированная мебель, компьютеры Pentium-II, III (12 шт.), объединенные в локальную сеть с возможностью подключения к сети «Интернет» Microsoft Windows 7, договор 3010-15/207-19 от 30.04.2019 LibreOffice (бесплатное и/или свободное ПО (лицензия: <a href="https://www.libreoffice.org/about-us/licenses/">https://www.libreoffice.org/about-us/licenses/</a> ) Adobe Reader (бесплатное и/или свободное ПО (лицензия: <a href="https://get.adobe.com/ru/reader/legal/licenses">https://get.adobe.com/ru/reader/legal/licenses</a> ) Mozilla Firefox (бесплатное и/или свободное ПО) (лицензия: <a href="https://www.mozilla.org/ru/about/legal/terms/firefox/">https://www.mozilla.org/ru/about/legal/terms/firefox/</a> ) Lazarus (бесплатное и/или свободное ПО (лицензия: <a href="https://www.lazarus-ide.org/about-us/licenses/">https://www.lazarus-ide.org/about-us/licenses/</a> ) CodeBlocks (бесплатное и/или свободное ПО (лицензия: <a href="http://www.gnu.org/licenses/">http://www.gnu.org/licenses/</a> )	г.Воронеж, площадь Университетская, д.1, пом.1, ауд. 40/3
Компьютерный класс, аудитория для групповых и индивидуальных консультаций, помещение для самостоятельной работы Специализированная мебель, компьютеры (системные блоки Intel Pentium-IV, мониторы LG FLATRON L17428-8F) (30 шт.) с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду университета Microsoft Windows 7, договор 3010-15/207-19 от 30.04.2019 LibreOffice (бесплатное и/или свободное ПО (лицензия: <a href="https://www.libreoffice.org/about-us/licenses/">https://www.libreoffice.org/about-us/licenses/</a> ) Adobe Reader (бесплатное и/или свободное ПО (лицензия: <a href="https://get.adobe.com/ru/reader/legal/licenses">https://get.adobe.com/ru/reader/legal/licenses</a> ) Mozilla Firefox (бесплатное и/или свободное ПО) (лицензия: <a href="https://www.mozilla.org/ru/about/legal/terms/firefox/">https://www.mozilla.org/ru/about/legal/terms/firefox/</a> )	г.Воронеж, площадь Университетская, д.1, пом.1, ауд. 40/5

## 19. Оценочные средства для проведения текущей и промежуточной аттестаций

Порядок оценки освоения обучающимися учебного материала определяется содержанием следующих разделов дисциплины:



№ п/п	Наименование раздела дисциплины (модуля)	Компетенция(и)	Индикатор(ы) достижения компетенции	Оценочные средства
1.	Введение	ОПК-1 ПК-1 ПК-10	ОПК-1.4 ОПК-1.7 ОПК-1.10 ПК-1.2 ПК-10.1	Практические задания, лабораторные работы, собеседование по вопросам к экзамену
2.	Численное интегрирование			
3.	Полиномиальная интерполяция			
4.	Аппроксимация функций			
5.	Решение систем линейных алгебраических уравнений			
6.	Решение нелинейных уравнений и систем нелинейных уравнений			
7.	Линейные интегральные уравнения			
8.	Задача Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений			
9.	Краевые задачи для ОДУ			
10.	Дифференциальные уравнения в частных производных			
Промежуточная аттестация форма контроля – экзамен				Перечень вопросов к экзамену Пункт 20.2

## 20. Типовые оценочные средства и методические материалы, определяющие процедуры оценивания

### 20.1. Текущий контроль успеваемости

Контроль успеваемости по дисциплине осуществляется с помощью следующих оценочных средств: практические задания, лабораторные задания.

**Примерный перечень практических заданий:**

1. Вычислить интеграл  $I = \int_a^b f(x)dx$ , где  $f(x) = 2x - 1, x \in [1, 5]$  с использованием формул

прямоугольников, трапеций и Симпсона при  $N = 5$  ( $N$  – число узлов). Проанализировать результат при изменении числа узлов.

2. Дано  $f(x) = x^3 - 3, x \in [2, 4], N = 5$  - число узлов. Необходимо найти значение функции  $f(x)$  в точках несовпадающих с узлами интерполирования (2.6; 3.4) с помощью многочлена Лагранжа первой и второй степени.

3. Решить систему линейных алгебраических уравнений методом Крамера: 
$$\begin{cases} 2x + y + 3z = 9, \\ x - 2y + z = -2, \\ 3x + 2y + 2z = 7. \end{cases}$$

4. Решить нелинейное уравнение  $\sin x = \frac{1}{x}$  следующими способами: а) методом итераций; б) методом Ньютона; в) методом секущих; г) методом половинного деления.

5. Решить интегральное уравнение  $y(x) = \sin x + \int_0^x (x-t)y(t)dt$ .

6. Решить задачу Коши при начальном условии  $y' - \frac{3y'}{x} = x^3 + x, y(1) = 3$ .

7. Исследуйте краевую задачу на собственные значения  $x'' + \lambda x = 0$ ,  $x(0) = 0$ ,  $x(\pi) = 0$ .

8. Найти общее решение уравнения, приведя его к каноническому виду:

$$u_{xx} - 2u_{xy} + u_{yy} + 2u_x - 2u_y = 0.$$

### Примерный перечень лабораторных работ:

#### Лабораторная работа №1 «Численное интегрирование»

Даны интегралы:

Вариант №1	$I_1 = \int_{0.4}^2 \frac{1}{x} e^{0.03x} dx;$	$I_2 = \int_0^4 \frac{\ln(4+x) - \ln 8}{\sqrt{x(4-x)}} dx;$
Вариант №2	$I_1 = \int_{0.6}^3 \frac{1}{x + \sin 0.5x} dx;$	$I_2 = \int_0^2 \frac{\ln(2-x)}{\sqrt{x}\sqrt{2-x}} dx;$

1) Сколько достаточно взять узлов, чтобы найти значение интеграла  $I_1$  с точностью  $\varepsilon_0 = 10^{-3}$ : а) по формулам прямоугольников (средней точки); б) по формулам трапеций. Вычислить  $I_1$  по этим формулам с данной точностью.

2) Вычислить  $I_1$  по формуле Симпсона с девятью узлами и по формуле Гаусса с четырьмя узлами.

3) С точностью  $\varepsilon_1 = 10^{-8}$  найти значение интеграла  $I_1$  алгоритмом Ромберга, стараясь минимизировать количество вычислений подынтегральной функции. Сравнить результаты пунктов 1-3.

4) Подбирая подходящие методы вычисления определенных и несобственных интегралов с точностью  $\varepsilon_2 = 10^{-4}$  найти значение  $I_2$  не менее, чем двумя способами.

#### Лабораторная работа №2 «Интерполяция»

Многократно дифференцируемая функция  $y = f(x)$  задана таблицей значений (где последние цифры являются продуктами правильного округления)

	x	0	0.2	0.4	0.6	0.8	1.0	1.2	1.4	1.6
Вариант №1	y	1	1.0201	1.0811	1.1855	1.3374	1.5431	1.8107	2.1506	2.5775
Вариант №2	y	0	0.2013	0.4108	0.6367	0.8881	1.1752	1.5095	1.9043	2.3756

и заданы контрольные значения аргумента

$$\bar{x} = 0.25, \quad x = 0.92, \quad x = 1.63$$

1) Записать подходящее для приближенного вычисления значений  $\bar{y} = f(\bar{x})$ ,  $y = f(x)$ ,  $y = f(x)$  конкретные интерполяционные многочлены Лагранжа первой и второй степени и получить эти значения.

2) Составить алгоритм, реализующий схему Эйткена вычисления с максимально возможной точностью значения  $y = f(x)$  в произвольной точке  $x$  промежутка  $[x_0, x_n + (x_n - x_{n-1})]$ .

Пользуясь этим алгоритмом, вычислить приближенные значения  $\bar{y}$ ,  $y$ ,  $y$ .

3) Составить таблицу конечных разностей, записать оптимальные для вычисления  $\bar{y}$ ,  $y$ ,  $y$  конкретные конечноразностные формулы и с их помощью получить эти значения. Проанализировать полученные результаты.

Лабораторная работа №3  
«Аппроксимация таблично заданных функций»

Функция  $y = f(x)$  задана следующей таблицей значений

	x	10	20	30	40	50	60	70	80
Вариант №1	y	2.5	3.2	3.7	4.0	4.2	4.4	4.6	4.75
Вариант №2	y	4.7	6.7	8.1	9.4	10.6	11.2	12.6	13.4

1) Методом наименьших квадратов аппроксимировать  $y = f(x)$ : а) линейной функцией; б) многочленами Фурье второй, третьей и четвертой степеней; в) функцией вида  $a \lg(bx)$ ; г) функцией вида  $ax^b$ ; д) функцией вида  $ae^{bx}$ .

Сравнить величины среднеквадратических отклонений. Пользуясь каждой из найденных функций (а) – (д), вычислить контрольное приближенное значение  $f(35)$ .

2) Для функции  $y = f(x)$  построить интерполяционный кубический сплайн дефекта 1 и с его помощью вычислить приближенно  $f(35)$ ,  $f'(35)$  и  $\int_{10}^{40} f(x)dx$ .

3) Представить построенный сплайн линейной комбинацией кубических В – сплайнов (конкретизировать вид этих В – сплайнов соответственно рассматриваемому случаю и найти коэффициенты их линейной комбинации).

Лабораторная работа №4  
«Решение систем нелинейных уравнений»

Дана система и начальная точка:

Вариант №1	$\begin{cases} (x-y)^3 - 8(x+y) = 0, & x_0 = 2, \\ 2(x-y) + 15 \ln(x+y) - 5 = 0, & y_0 = -0.5; \end{cases}$
Вариант №2	$\begin{cases} 0.8x^2 + 2xy + 1.3y^2 + 20x - 15y = 0, & x_0 = 0.5, \\ e^{0.6y - 0.8x} - 1.14x - 1.52y = 0, & y_0 = 1; \end{cases}$

Найти решение данной системы, исходя из данной начальной точки, следующими методами:

1) основным методом Ньютона (явным или неявным);

2) разностным методом Ньютона (с разными шагами дискретизации производной);

Провести сравнение всех указанных методов решения нелинейных систем на основе конкретного вычислительного материала, полученного при задании точности  $\varepsilon = 10^{-3}, 10^{-6}, 10^{-12}$ .

Лабораторная работа №5  
«Численное решение задач Коши для обыкновенного дифференциального уравнения второго порядка»

Дана задача Коши:

Вариант №1	$y'' = -\frac{\sqrt{x+y^2}}{4\sqrt{2}x^2}, y(1) = 1, y'(1) = 0.5;$
Вариант №2	$y'' = -\frac{\sqrt{y^2-x}}{2\sqrt{3}x^2}, y(1) = 2, y'(1) = 1;$

На отрезке  $[1,2]$  построить таблицу значений ее решения  $y(x)$  с шагом  $h=0.1$  и заданной точностью  $\varepsilon=10^{-6}$ , применяя: а) сведение к системе дифференциальных уравнений первого порядка с последующим численным интегрированием ее методом Рунге – Кутты или Кутты – Мерсона; б) методы Адамса непосредственно к данной задаче (несколько первых «разгонных» значений можно взять из промежуточных результатов). Указать окончательный расчетный шаг, обеспечивающий заданную точность в каждом случае.

Лабораторная работа №6.  
«Численное решение линейной краевой задачи»

Дана краевая задача:

Вариант №1	$y'' - \frac{y'}{x} - \frac{3y}{x^2} = \frac{3}{x^2}, y(0.7) + 0.7y'(0.7) = -1, y(1) = 0;$
Вариант №2	$y'' + \frac{y'}{x+2} + \frac{(4x+7)y}{4(x+2)^2} = \frac{1}{\sqrt{x+1}}, y(2) = 2, y(2.3) = 8.6y'(2.3);$

На промежутке, определяемом данными краевыми условиями: решить краевую задачу путем сведения ее к задаче Коши (методом редукции или дифференциальной прогонки).

Описание критериев и шкалы оценивания компетенций (результатов обучения) при аттестации

Критерии оценивания компетенций	Шкала оценок
Обучающийся демонстрирует полное соответствие знаний, умений, навыков приведенным в таблицах показателям, свободно оперирует приобретенными знаниями, умениями, применяет их при решении практических задач	Отлично
Обучающийся демонстрирует соответствие знаний, умений, навыков приведенным в таблицах показателям, но допускает незначительные ошибки, неточности, испытывает затруднения при решении практических задач	Хорошо
Обучающийся демонстрирует неполное соответствие знаний, умений, навыков приведенным в таблицах показателям, допускает значительные ошибки при решении практических задач	Удовлетворительно
Обучающийся демонстрирует явное несоответствие знаний, умений, навыков приведенным в таблицах показателям	Неудовлетворительно

## 20.2. Промежуточная аттестация

Промежуточная аттестация по дисциплине осуществляется с помощью следующих оценочных средств: собеседование по вопросам к экзамену.

### Примерный перечень вопросов к экзамену:

1. Понятие математической модели.
2. Преимущества теории и эксперимента в математическом моделировании.
3. Историческое развитие математического моделирования.
4. Этапы математического моделирования (построение математической модели; разработка алгоритма для реализации модели на компьютере; создание программы на языке программирования высокого уровня).
5. Основные этапы численного решения задачи на компьютере (физическая постановка; математическое моделирование; выбор численного метода; разработка алгоритма решения задачи; составление программы; отладка программы; счет по отлаженной программе; анализ результатов счета).
6. Классификация погрешностей численного решения.
7. Неустраняемая погрешность (погрешность математической модели, погрешность входных данных), погрешность численного метода, погрешность округления
8. Формулы прямоугольников (левых, средних и правых).
9. Формула трапеций. Формула Симпсона (метод парабол). Примеры вычисления определенных интегралов рассмотренными методами
10. Постановка задачи аппроксимации функции.
11. Интерполяционный многочлен Лагранжа (интерполирующая функция, построение многочлена, анализ интерполяционных многочленов Лагранжа первой и второй степени).
12. Примеры линейной и квадратичной интерполяции функции, заданной таблично.
13. Применение интерполяционного многочлена Лагранжа Структура и особенности метода наименьших квадратов.
14. Приближение функции многочленом, двухпараметрические нелинейные зависимости.
15. Многофакторные зависимости (метод Брандона).
16. Метод наименьших квадратов
17. Понятия: матрица, операции над матрицами, определитель, миноры, алгебраические дополнения.
18. Две группы методов решения СЛАУ (прямые и итерационные).
19. Формула Крамера и два замечания при использовании этой формулы. Метод Гаусса. Метод простых итераций.
20. Решение систем линейных алгебраических уравнений методами Крамера и Гаусса
21. Понятие нелинейной функции, изолированных корней.
22. Графический и аналитический методы отделения корней.
23. Методы уточнения корней (метод простых итераций, метод дихотомии, метод Ньютона).
24. Метод простых итераций (задача о неподвижной точке, определение сжимающего отображения, достаточные условия сходимости последовательности приближений к корню в методе простых итераций).
25. Частный случай метода дихотомии - метод половинного деления (теорема, определяющая этот метод; основные этапы решения нелинейных уравнений на основе метода дихотомии; графическая интерпретация метода; пример применения метода половинного деления для решения нелинейного уравнения).
26. Метод Ньютона (математическое обоснование этого метода; геометрический смысл метода Ньютона; пример применения метода Ньютона для решения нелинейного уравнения).
27. Обобщение методов решения нелинейных уравнений на системы нелинейных уравнений. Метод простых итераций. Метод Ньютона и его модификации
28. Решение нелинейных уравнений
29. Некоторые общие сведения об интегральных уравнениях.
30. Квадратурные методы решения интегральных уравнений Фредгольма и Вольтерра
31. Решение линейных интегральных уравнений
32. Постановка задачи Коши.
33. Три группы методов решения начальной задачи для ОДУ.
34. Типы задач для ОДУ.

35. Приближенно-аналитический метод решения задачи Коши (метод Пикара; теорема, дающая математическое обоснование метода Пикара; пример решения задачи Коши методом последовательных приближений).

36. Численные методы решения задачи Коши (явный метод Эйлера, геометрический смысл этого метода; неявный метод Эйлера; метод трапеций).

37. Метод Рунге-Кутты четвертого порядка. Решение задачи Коши для ОДУ (методы Пикара и Эйлера).

38. Математическая формулировка краевых задач для ОДУ. Классификация приближенных методов решения.

39. Метод конечных разностей (построение разностной сетки; аппроксимация обыкновенного дифференциального уравнения второго порядка; дискретизация граничных условий; метод прогонки решения СЛАУ с трехдиагональной матрицей; условия корректности и устойчивости метода прогонки)

40. Решение краевой задачи для обыкновенного дифференциального уравнения второго порядка методом конечных разностей

41. Примеры и классификация уравнений в частных производных (уравнения Лапласа, Пуассона, волновое, теплопроводности; эллиптический, гиперболический и параболический тип уравнений).

42. Постановка задачи для уравнений математической физики.

43. Граничные условия 4 видов для уравнения теплопроводности.

44. Некоторые разностные схемы для уравнения теплопроводности (явная и неявная двухслойные схемы, явная трехслойная схема).

45. Аппроксимация, устойчивость и сходимости разностных схем для уравнения теплопроводности (теорема Лакса, методы анализа устойчивости).

46. Пример решения одномерного нестационарного уравнения теплопроводности

47. Решение одномерного нестационарного уравнения теплопроводности

Промежуточная аттестация проводится в соответствии с Положением о промежуточной аттестации обучающихся по программам высшего образования.

Контрольно-измерительные материалы промежуточной аттестации включают в себя теоретические вопросы, позволяющие оценить уровень полученных знаний и/или практическое(ие) задание(я), позволяющее(ие) оценить степень сформированности умений и(или) навыков, и(или) опыт деятельности. При оценивании используются количественные или качественные шкалы оценок. Критерии оценивания приведены выше.

Описание критериев и шкалы оценивания компетенций (результатов обучения) при аттестации

Критерии оценивания компетенций	Шкала оценок
Обучающийся демонстрирует полное соответствие знаний, умений, навыков приведенным в таблицах показателям, свободно оперирует приобретенными знаниями, умениями, применяет их при решении практических задач	Отлично
Обучающийся демонстрирует соответствие знаний, умений, навыков приведенным в таблицах показателям, но допускает незначительные ошибки, неточности, испытывает затруднения при решении практических задач	Хорошо
Обучающийся демонстрирует неполное соответствие знаний, умений, навыков приведенным в таблицах показателям, допускает значительные ошибки при решении практических задач	Удовлетворительно
Обучающийся демонстрирует явное несоответствие знаний, умений, навыков приведенным в таблицах показателям	Неудовлетворительно

## Пример контрольно-измерительного материала (КИМ)

УТВЕРЖДАЮ

Заведующий кафедрой  
ядерной физики  
\_\_\_\_\_ Титова Л. В.

Направление подготовки:

14.05.02 Атомные станции: проектирование, эксплуатация и инжиниринг.

Дисциплина: Б1.О.26 Математические методы моделирования физических процессов

Вид контроля: Экзамен.

### Контрольно-измерительный материал №1

1. Формула трапеций. Формула Симпсона (метод парабол). Примеры вычисления определенных интегралов рассмотренными методами
2. Метод Рунге-Кутты четвертого порядка Решение задачи Коши для ОДУ (методы Пикара и Эйлера).

Преподаватель \_\_\_\_\_ . \_\_\_\_\_  
подпись расшифровка подписи

## 21. Фонд оценочных средств

Моделирование ядерно-физических процессов

1. Воспроизводят геометрические и физические свойства оригинала и всегда имеют реальное воплощение

- 1) материальные модели;**
- 2) информационные модели;
- 3) вербальные модели;
- 4) знаковые модели.

2. Совокупность информации, характеризующая свойства и состояние объекта, процесса, явления, а также взаимосвязь с внешним миром

- 1) материальные модели;
- 2) информационные модели;**
- 3) вербальные модели;
- 4) знаковые модели.

3. Описание задачи, определение цели моделирования это:

- 1) постановка задачи;
- 2) разработка модели;
- 3) компьютерный эксперимент;
- 4) анализ результатов моделирования.

4. Выяснение свойств, состояний, действия и других характеристик элементарных объектов. Формирование представления об элементарных объектах

- 1) постановка задачи;
- 2) разработка модели;**
- 3) компьютерный эксперимент;
- 4) анализ результатов моделирования.

5. Процесс проверки правильности модели

- 1) постановка задачи;
- 2) разработка модели;
- 3) компьютерный эксперимент;**
- 4) анализ результатов моделирования.

6. Принятие решения, которое должно быть выработано на основе всестороннего анализа полученных результатов

- 1) постановка задачи;
- 2) разработка модели;
- 3) компьютерный эксперимент;
- 4) анализ результатов моделирования.**

7. Моделирование - это...

- 1) **процесс замены реального объекта (процесса, явления) моделью, отражающей его существенные признаки с точки зрения достижения конкретной цели**
- 2) процесс неформальной постановки конкретной задачи
- 3) процесс замены реального объекта (процесса, явления) другим материальным или идеальным объектом
- 4) процесс выявления существенных признаков рассматриваемого объекта

8. Процесс построения модели, как правило, предполагает:

- 1) описание всех свойств исследуемого объекта
- 2) выделение наиболее существенных с точки зрения решаемой задачи свойств объекта**
- 3) выделение свойств объекта безотносительно к целям решаемой задачи



4) описание всех пространственно-временных характеристик изучаемого объекта

9. Какая математическая модель не относится к стохастическим?

1) идеальный газ

2) квантовый осциллятор

**3) материальная точка**

4) ни одна из предложенных

10. При анализе движения электронов в диодном промежутке было построено две математические модели: сперва написана программа, моделирующая взаимодействие частиц, затем выведено уравнение движения электронов из теоретических соображений. Какие математические модели были применены в данных случаях?

1) сперва аналитическая, затем имитационная

**2) вначале имитационная, затем аналитическая**

3) две аналитические

4) две имитационные

11. Укажите численный метод, моделирующий последовательности псевдослучайных чисел с заданными вероятностными характеристиками:

1) метод Ньютона

**2) метод Монте-Карло**

3) метод Эйлера

4) метод Гаусса

12. Как повысить точность статистического моделирования?

1) уменьшив разброс вероятности при генерации псевдослучайных чисел

**2) увеличив количество опытов**

3) увеличив количество элементов

4) увеличив время вычислений

13. Какое из понятий не относится к вероятностным характеристикам системы?

1) постоянная радиоактивного распада

**2) коэффициент затухания**

3) распределение вероятности

4) корреляционная функция

14. Как можно охарактеризовать метод Монте-Карло?

**1) как численный метод, моделирующий на ЭВМ псевдослучайные числовые последовательности с заданными вероятностными характеристиками**

2) как численный метод, моделирующий на ЭВМ случайные числовые последовательности с заданными вероятностными характеристиками

3) как точный метод, моделирующий на ЭВМ псевдослучайные числовые последовательности с заданными вероятностными характеристиками

4) как точный метод, моделирующий на ЭВМ случайные числовые последовательности с заданными вероятностными характеристиками

15. Какой способ задания зависимости между различными параметрами исследуемых объектов,

1) **аналитический**

2) имитационный

3) натурный

4) табличный

Задания с развернутым ответом:

1) В чем заключается построение математической модели?

Ответ: в определении связей между теми или иными процессами и явлениями, создании математического аппарата, позволяющего выразить количественно и качественно связь между теми или иными процессами и явлениями, между интересующими специалиста физическими величинами, и факторами, влияющими на конечный результат

2) В зависимости от характера исследуемых реальных процессов и систем, на какие группы могут быть разделены математические модели? Ответ: детерминированные и стохастические

3) Какие виды математических моделей получаются при разделении их по принципам построения? Ответ: аналитические и имитационные

4) Как называются модели, в которых предполагается отсутствие всяких случайных воздействий и их элементы (элементы модели) достаточно точно установлены? Ответ: детерминированные модели

5) Посредством каких конструкций, математические модели описывают основные свойства объекта, процесса или системы, его параметры, внутренние и внешние связи? Ответ: логико-математических конструкций

6) Что входит в предмет математического моделирования?  
Ответ: (1) построение алгоритма, моделирующего поведение объекта (системы), (2) корректировка построенной модели, (3) поиск закономерностей поведения объекта (системы), (4) анализ моделируемого объекта (системы)

7) Что необходимо сделать для того, чтобы проверить выводы, полученные в результате исследования гипотетической модели? Ответ: необходимо сопоставить результаты исследования модели на ЭВМ с результатами натурального эксперимента

8) Какая модель наиболее подходит для описания взаимодействия нейтронов с веществом? Ответ: статистическая

9) После исследования распространения радиоволн в прямоугольном волноводе вывели систему дифференциальных уравнений, которую решили численно на ЭВМ, какими будут полученные результаты? Ответ: приближенным

10) Численный метод предполагает решение в бесконечном цикле итераций. Когда следует прервать процесс вычисления? Ответ: когда будет достигнута заданная точность

11) В чем состоит суть компьютерного моделирования? Ответ: на основе математической модели с помощью ЭВМ проводится серия вычислительных экспериментов, т.е. исследуются свойства объектов или процессов, находятся их оптимальные параметры и режимы работы, уточняется модель

12) Каким количеством нелинейных уравнений описывается модель, если законы функционирования модели нелинейны, а моделируемые процесс или система обладают одной степенью свободы? Ответ: одним нелинейным уравнением

- 13) Какой вид моделирования основывается на построении математических моделей для описания изучаемых процессов и на использовании новейших вычислительных машин, обладающих высоким быстродействием и способных вести диалог с человеком? Ответ: компьютерное моделирование
- 14) Какие математические модели применяются при имитационном моделировании? Ответ: с помощью которых нельзя заранее вычислить или предсказать поведение системы, а для предсказания поведения системы необходим вычислительный эксперимент (имитация) на математической модели при заданных исходных данных
- 15) Посредством чего в вероятностных аналитических моделях учитывается влияние случайных факторов? Ответ: с помощью задания вероятностных характеристик случайных процессов
- 16) Какими уравнениями описываются динамические системы - системы, в которых входные переменные являются функциями от времени или каких-либо других параметров? Ответ: дифференциальными и интегральными уравнениями